

物理化学入門 第4回

1

気体分子運動論

- 分子の運動と圧力の関係を理解する。

$$P = \frac{Nmv^2}{3V}$$

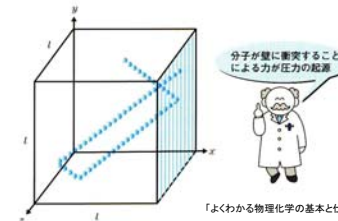
- 更に、分子の運動エネルギー（内部エネルギー）と温度の関係を理解する。

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

2

分子運動による圧力

- 気体分子は動く。
- 下図のように気体分子が容器の壁に衝突すると壁に力を及ぼす。
- これが圧力となる。

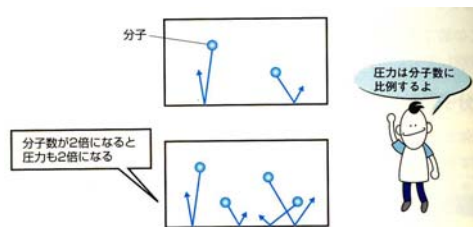


「よくわかる物理化学の基本と仕組み」より

3

分子の数と圧力

- 一定体積中の分子数が2倍になると、衝突する分子の数は2倍になる。
- その結果、圧力が2倍になる。



「よくわかる物理化学の基本と仕組み」より

4

運動量の変化と力

- 分子が壁に衝突したときに及ぼす力を計算。
- 力学の基本法則: $m\Delta v = F\Delta t$
運動量の変化 ($m\Delta v$) は力積 ($F\Delta t$) と等しい
- 気体分子1分子の場合

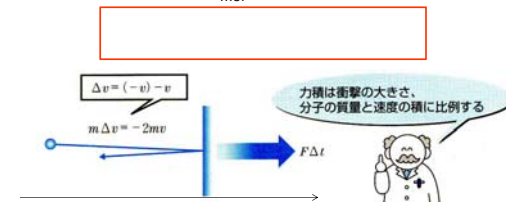


m : 分子の質量, Δv : 速度の変化,
 F_{mol} : 分子に働く力, Δt : 壁に力が働く時間,

5

$$m\Delta v = F_{mol}\Delta t$$

- 壁にぶつかり、速度が v_x から $-v_x$ に変化した場合
- 壁に働く力 $F = -F_{mol}$ なので



「よくわかる物理化学の基本と仕組み」より

6

分子運動による平均の力

- 1分子が1秒間に何回壁に衝突するかを考える。
- 長さ L の容器の壁にぶつかり、再びもとの壁にぶつかるまでの時間
➤ 分子が $2L$ 動く時間、つまり $2L/v_x$ となる。
- 1つの分子が1秒間に一つの壁に衝突する回数
➤ $1 \div (2L/v_x) = v_x/2L$ となる。



「よくわかる物理化学の基本と仕組み」より

7

分子運動による平均の力

- 1分子が1回衝突したときに壁に働く力積 (前述)

$$F\Delta t = 2mv_x$$

- 1秒間の衝突回数 $\frac{v_x}{2L}$ 回

- 1分子の1秒あたりの運動量変化

$$(1秒間の力積) = 2mv_x \times \left(\frac{v_x}{2L}\right) = \frac{mv_x^2}{L}$$

8

N分子の場合

- 1分子の1秒あたりの運動量変化

$$(1秒間の力積) = 2mv_x \times \left(\frac{v_x}{2L}\right) = \frac{mv_x^2}{L}$$

- 分子数が N 個だとすると

$$(1秒間の総力積) = \frac{Nmv_x^2}{L}$$

ただし分子の平均2乗速度 $\overline{v_x^2}$ は、 $\overline{v_x^2} = \frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + v_{x3}^2 + \dots + v_{xN}^2}{N}$

- 壁に働く平均の力 = 1秒間に壁に働く力は



9

気体分子運動論から計算される圧力

- 圧力 = (壁に働く力) ÷ (面積) なので

$$P = \frac{Nmv_x^2}{L} \div S$$

$$= \frac{Nmv_x^2}{LS}$$

LS は体積 V と等しい

$$= \frac{Nmv_x^2}{V}$$

$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$, かつ $v_x^2 = v_y^2 = v_z^2$

なので, $v^2 = 3v_x^2$

$$= \frac{Nmv^2}{3V}$$

10

状態方程式との比較

前ページより $PV = \frac{Nmv^2}{3}$

ここで, 気体の状態方程式は $PV = Nk_B T$

したがって, $k_B T = \frac{mv^2}{3} = \frac{2}{3} \frac{mv^2}{2}$ ← 運動エネルギー

- 温度が高い = 分子の運動エネルギーが大きい

11

N分子の気体のエネルギー

(1分子の運動エネルギー) = $\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} k_B T$

N分子(nモル)の場合は

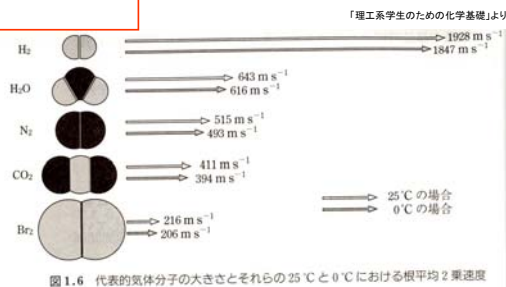
(気体全体の運動エネルギー (内部エネルギー))

$$= U = N \times \frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} Nk_B T = \frac{3}{2} nRT$$

12

気体の速度

各気体の各温度での速度が算出できる



3

今日の内容

1. 気体分子運動論
2. 多原子分子のエネルギー

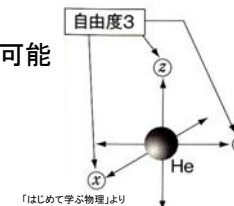
14

等分配の法則と自由度

- 理想気体: 単原子
- 1原子分子の運動エネルギー

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + \frac{mv_z^2}{2} =$$

- x, y, z 方向への運動が可能
- 自由度が 3



15

等分配の法則と自由度

- 等分配の法則
 - すべての自由度に均等にエネルギーが配分される
- x, y, z の各方向の運動エネルギー

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + \frac{mv_z^2}{2} = \frac{3}{2} k_B T$$

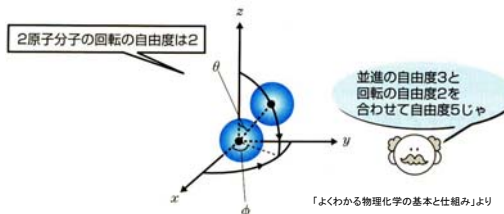
$$\frac{mv_x^2}{2} = \frac{mv_y^2}{2} = \frac{mv_z^2}{2} = \frac{k_B T}{2}$$

- 1自由度あたりの平均エネルギーは $k_B T/2$

16

2原子分子の場合

- 自由度は 5
 - x, y, z 方向への運動
 - 2方向の回転運動
 - 緯度方向 (θ), 経度方向 (ϕ)



7

2原子分子での等分配の法則

- 自由度は 5
- 各自由度につき $k_B T/2$ のエネルギー
 - 並進も回転も同じエネルギー

$$\frac{mv_x^2}{2} = \frac{mv_y^2}{2} = \frac{mv_z^2}{2} = \frac{mv_\theta^2}{2} = \frac{mv_\phi^2}{2} = \frac{k_B T}{2}$$

- nモルの場合の内部エネルギーは

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + \frac{mv_z^2}{2} + \frac{mv_\theta^2}{2} + \frac{mv_\phi^2}{2} =$$

$$U = N \times \frac{mv^2}{2} = \frac{5}{2} Nk_B T = \frac{5}{2} nRT$$

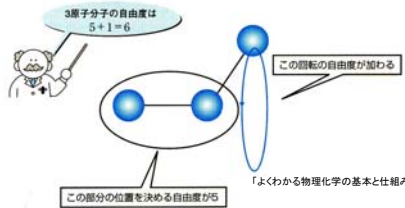
18

3原子分子の場合

- 自由度は6
- 1分子の運動エネルギー
- nモルの内部エネルギー

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{6}{2} k_B T$$

$$U = N \times \frac{mv^2}{2} = \frac{6}{2} N k_B T = 3nRT$$



「よわかる物理化学の基本と仕組み」より 19

今日のまとめ

- 1分子の気体の運動エネルギー

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} k_B T$$

- N分子の気体の内部エネルギー

$$U = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} N k_B T$$

20

今日のまとめ

- 等分配の法則

$$(1 \text{自由度あたりのエネルギー}) = \frac{1}{2} k_B T$$

- 自由度

- 単原子分子: 自由度 (x, y, z)
- 2原子分子: 自由度 (x, y, z, X軸, Y軸 回転)
- 3原子分子: 自由度 (x, y, z, X軸, Y軸, Z軸 回転)

21

今日のまとめ

- 単原子分子の特徴

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} k_B T \quad U = \frac{3}{2} nRT$$

- 2原子分子の特徴

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{5}{2} k_B T \quad U = \frac{5}{2} nRT$$

- 3原子分子の特徴

$$\frac{mv^2}{2} = 3 k_B T \quad U = 3nRT$$

22